

TRA IMPARARE, INSEGNARE E VALUTARE

(Appunti per una buona didattica)

Foggia, 22 -23 maggio 2014

Roberto IMPERIALE

Vicepresidente Nazionale GRIMeD

roberto.imperiale@fastwebnet.it

www.grimed.net



Gli amici sono amici!



Rimandi

*I Disturbi Specifici dell'Apprendimento
(Dislessia, Discalculia, Disgrafia, Disortografia)*

sono – in sintesi –

disturbi evolutivi che derivano

*da una conformazione affatto originale
dell'architettura di alcuni «ciuffi» di neuroni*

(che alcuni ricercatori)

- con connotazione assolutamente positiva -

definiscono

«NEURODIVERSITÀ»

*Per altro, questi disturbi,
che essendo – come s'è detto – evolutivi,
e non una «disabilità acquisita»,
non si possono ri-abilitare, né «guarire»
ma attenuare – e di molto -
mediante specifici e precoci interventi «abilitativi»,
quasi sempre generano «problemi»*

- alla sfera emotivo/affettiva dei ragazzi;
generando (talvolta) «impotenza appresa»;*
- alla sfera emotivo/affettiva dei genitori e – in generale
– di chi entri in relazione «calda» con essi e talvolta
(non sempre, per fortuna)*
- di errata valutazione da parte degli insegnanti.*

*La «buona didattica»
come
unico processo privilegiato
di abilitazione
a valere per tutti*

UN ESEMPIO FAMOSO: LE TABELLINE

Se la **memoria di lavoro** (ma anche quella così detta 'a lungo termine' o 'critica' o 'profonda') non ne ha voluto sapere di funzionare; e se, perciò, tutti i tentativi di abilitazione, (ad esempio, **'mediante strutturazione ritmica'**), finalizzati a mandare a memoria le tabelline, sono falliti c'è solo una cosa da fare: le tabelline (da usare come la calcolatrice, di cui diremo) devono essere sul banco, sempre al fianco del ragazzo che **non ha potuto impararle**, magari scritte su un supporto - il computer, ad esempio - sul quale sia possibile un'animazione (ad esempio, in PowerPoint: è l'uso garbato delle nuove tecnologie!)

*La tavola pitagorica si può “usare” sia per moltiplicare
(ad esempio: $4 \times 3 = 3 \times 4$)*

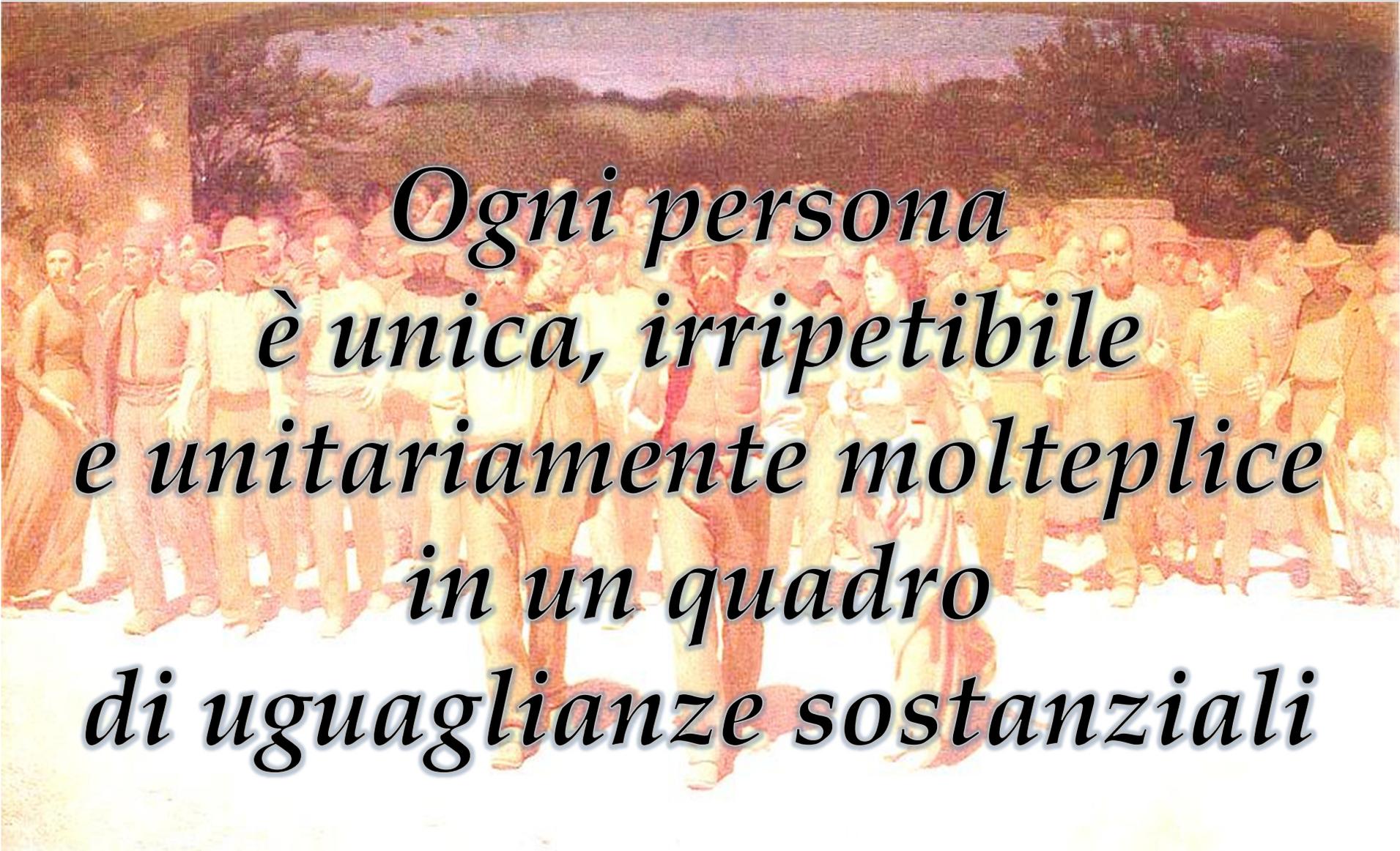
| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | 0 | 2 | 4 | 6 | | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| 3 | | | | | | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 |
| 4 | 0 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 |
| 5 | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
| 6 | 0 | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 |
| 7 | 0 | 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 | 70 |
| 8 | 0 | 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 | 80 |
| 9 | 0 | 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 | 90 |
| 10 | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |

*in questo caso le “due frecce” si cercano,
muovendosi contemporaneamente l’una verso l’altra*

che per dividere...
es. (20 : 4) ma anche (21 : 4)

| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | 0 | 2 | 4 | 6 | | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| 3 | 0 | 3 | 6 | 9 | | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 |
| 4 | 0 | 4 | 8 | 12 | | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 |
| 5 | | | | | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
| 6 | 0 | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 |
| 7 | 0 | 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 | 70 |
| 8 | 0 | 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 | 80 |
| 9 | 0 | 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 | 90 |
| 10 | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |

*in questo caso le "due frecce" si allontanano l'una dall'altra
una si muove "prima" e l'altra "dopo" (verso sinistra...)*



*Ogni persona
è unica, irripetibile
e unitariamente molteplice
in un quadro
di uguaglianze sostanziali*

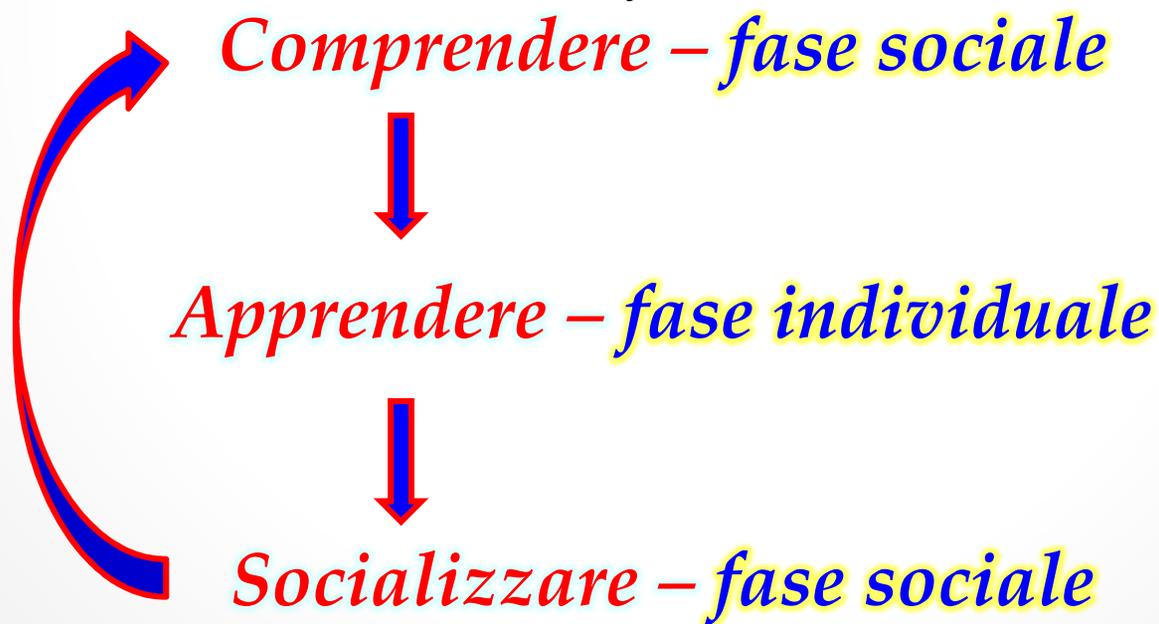
Ora: considerato che “A scuola si va per imparare”

(Scuola di Barbiana, Lettera a una professoressa)

e che da questa “semplice” dichiarazione deriva il compito della scuola stessa, cioè:
***insegnare per soddisfare il diritto alla cittadinanza, ossia al sapere disinteressato,
che nasce dal desiderio e dalla meraviglia,
che è la ‘scholé’ aristotelica, l’otium, “il modo d’agire proprio degli uomini liberi”***

(S.: Natoli, L’Avvenire, 25 aprile 2001)

*diremo che «l’imparare» è processo complesso strutturato
nelle fasi del*



*Tutto ciò – PER COERENZA - obbliga
a ritenere definitivamente defunti
costrutti (purtroppo, ancora attuali), quali*

1. L'ALLIEVO MEDIO

e con lui

2. IL PROGRAMMA

e

3. LA VALUTAZIONE

*che furono costruiti a sua misura
ma che ormai sono stati dismessi
anche dai documenti ufficiali
(es.: Indicazioni Nazionali)*

*Ma, in più, obbliga gli insegnanti ad **imparare a “(ri)-conoscere” ogni ragazzo attraverso la relazione “uno-a-uno” che diremo ‘DIA-GNOSIS’ (dal greco: “conoscenza attraverso”) che non è né la pratica medica, perché***

LA MEDICALIZZAZIONE VA EVITA AD OGNI COSTO!

né i mille acronimi in uso, perché non può “un corpo essere racchiuso in un foglio di carta, in una definizione” (C. Palmieri, La diagnosi educativa). Essa si realizza come legame affettivo; si fa, lungo il corso del tempo, incessantemente; è una reciproca drammatica ricerca di senso, incentrata sul libero e gratuito parlarsi/ascoltarsi, (anche) attraverso la “negoziatura e ri-negoziatura sui significati mediante narrazione” (J. Bruner, La ricerca del significato). È “una conoscenza funzionale alla comprensione dei bisogni esistenziali ed essenziali, una conoscenza che orienta l’azione ma è essa stessa azione educativa o ‘progetto educativo’. (C. Palmieri, ibid.)

*Chi voglia (ri)conoscere
ciascun ragazzo
deve chiedergli e chiedersi*

*cosa egli pensi di sé, come si veda nell'oggi
come si proietti nel futuro,
ossia quale progetto di vita
pensi di «scrivere» e «realizzare».*

*In sostanza si dovrà analizzare il suo profilo
affettivo-emozionale, chiedendogli*

- 1. Ciò che desidera*
- 2. Ciò che gli piace/che non gli piace*
- 3. Ciò che gli piacerebbe fare adesso*
- 4. Ciò che gli piacerebbe fare da grande*

*Analizzando, poi:
(il pensiero metacognitivo ex ante - ex post)*

- 1. Ciò che il ragazzo sa*
- 2. Ciò che sa di sapere/che sa di non sapere*
- 3. Ciò che non sa*
- 4. Ciò che non sa di sapere/che non sa di non sapere*
- 5. Ciò che sa fare/che non sa fare*

E quindi (analisi del profilo comunicativo/relazionale)

(CENTRALITÀ DEL LINGUAGGIO)

1. Come parla

2. Quante parole conosce

3. Come comunica

4. Come si relaziona

*E ancora: se siano presenti
e quali siano le modalità di funzionamento*

- *del pensiero concreto-astratto-simbolico
convergente-divergente-riflessivo
o più precisamente
autodiagnostico/metacognitivo*
 - *della memoria*
(recente-di lavoro-critica/profonda)
 - *della percezione*
 - *dell'intuizione*
 - *dell'attenzione*

e, infine, verificare

*la presenza ed il possesso
di alcune fondamentali
capacità*

(che “si usano anche in matematica”)

*ma che definiamo **trasversali***

che sono

1. *L'orientamento spazio/temporale*
2. *Il mettere in relazione*
*(causale, implicativa, **ANALOGICA**, ...)*
3. *Il classificare e l'ordinare*
4. *Il combinare*

«Fare analogie è il nucleo dell'intelligenza»
D. Hofstadter, Concetti fluidi e analogie creative



*e il cui impiego
sostanzialmente serve a
«risolvere problemi»
il processo in cui si riunificano
l'imparare, l'insegnare e il valutare*

*Risolvere problemi è colmare l'horror vacui
che ti prende*

quando sei sporto sull'orlo di un burrone

(è il greco: «pro-ballo»)

Ma – e perciò - imparare a risolvere problemi

“si può considerare

l'attività più caratteristica

del genere umano”

(Polya, Come risolvere i problemi di matematica)

anche – soprattutto - perché

“suppone uno slancio di curiosità,

una mobilitazione affettiva dell'intelligenza”.

(Glaeser, La matematica moderna per chi deve insegnarla)

*Nella soluzione dei problemi – che è l'**imparare** -
la valutazione
non può che riunificarsi e confondersi
con la didattica
perché...*

*ogni altro tipo di valutazione, che non sia
indistinguibilmente «**dentro il processo**» e che
non riguardi il processo stesso è – come
mostrerò - operazione impropria. Di più: è
«**un potere che si finge conoscenza**»
(Y. Zarka)*

È impropria perché – così com'è oggi - non è

FORMATIVA

se non altro perché è

DIACRONICA

rispetto ai processi

e, in particolare, rispetto al

COMPRESO

È impropria soprattutto quando è

SOMMATIVA

perché ripropone l'esistere

*dell'**ALLIEVO MEDIO***

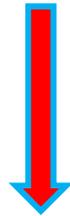
*Ma è assolutamente impropria
perché non è né può essere **OGGETTIVA**
a motivo di quel che chiamo*

PRINCIPIO DI INDETERMINAZIONE DELLA DOCIMOLOGIA

*“Non solo lo stesso compito
viene valutato diversamente da diversi insegnanti,
ma viene valutato diversamente
perfino dallo stesso insegnante
in un momento diverso”*

(M. Lichtner, Valutare gli apprendimenti).

*E «le crocette»?
Oggettivano forse la valutazione?*



*L'INVALSI
e il
COSTRUTTO LATENTE*

“Un presupposto dell’idea dominante di valutazione è che un atto valutativo sia tanto più attendibile quanto meno reca traccia della soggettività degli esseri umani che lo hanno prodotto [...] (Invece) una valutazione risulta tanto più seria [...] quanto più l’apporto della soggettività del valutatore [...] è consapevole ed esplicito. [...] Nessun docente è tanto pericoloso per l’apprendimento [...] quanto quello che presume che le sue valutazioni siano “oggettive”. L’esplicitazione, la discussione, la condivisione dei risultati si appoggeranno a criteri aperti e sempre negoziabili [...] per i quali vale, più che l’oggettività della dimostrazione, l’intersoggettività dell’argomentazione”

(Guido Armellini)

Servono le griglie?

“Usare delle griglie per valutare, può (al massimo) esplicitare ciò “che deve essere tenuto presente nella valutazione di un compito ”. Ma nessuno si illuda “di aver adottato un meccanismo capace di garantire l’oggettività della valutazione”.

(M. Lichtner)

*Dunque, per quel che s'è detto
né crocette né griglie...*

(se non come epifenomeni non significativi)

ma soprattutto perché

L'attuale valutazione si snoda

e trova il suo consistere

quasi sempre e solo in

DOMANDE ILLEGITTIME

“Definirò 'domanda illegittima' quella domanda di cui si conosca già la risposta.

Non sarebbe affascinante immaginare un sistema di istruzione che chieda agli studenti di rispondere solo a 'domande legittime',

cioè a domande le cui risposte siano ignote?

Non sarebbe ancora più affascinante immaginare una società disposta a creare un simile sistema di istruzione?

La condizione necessaria di questa utopia sarebbe che i membri di una simile società

i percepissero reciprocamente come esseri autonomi, non-banali.

Se una società del genere esistesse, sono certo che vi si farebbero le più straordinarie scoperte”.

(Heinz von Foerster, Sistemi che osservano)

*E, di più, perché sanziona gli errori,
senza sapere che*

*[...] analizzare gli errori del singolo alunno per
comprendere i processi cognitivi che sottendono
all'errore stesso con intervista del soggetto [...] favorisce la gestione dell'insegnamento.*

(Linee guida associate alla 170/2010)

Perché...

"Imparare dà inizio all'erranza.

Partire. Uscire.

Lasciarsi un bel giorno sedurre"

(M. Serrés, Il mantello di Arlecchino)

A proposito di errori, dirò che, sebbene l'unica classificazione degli errori consolidata nella letteratura scientifica si riferisca agli

- *errori di recupero di fatti algebrici*

[.....]

- *errori di comprensione semantica*

(Linee guida associate alla L. 170)

proprio da ciò si deduce che nella didattica debbano definitivamente prevalere:

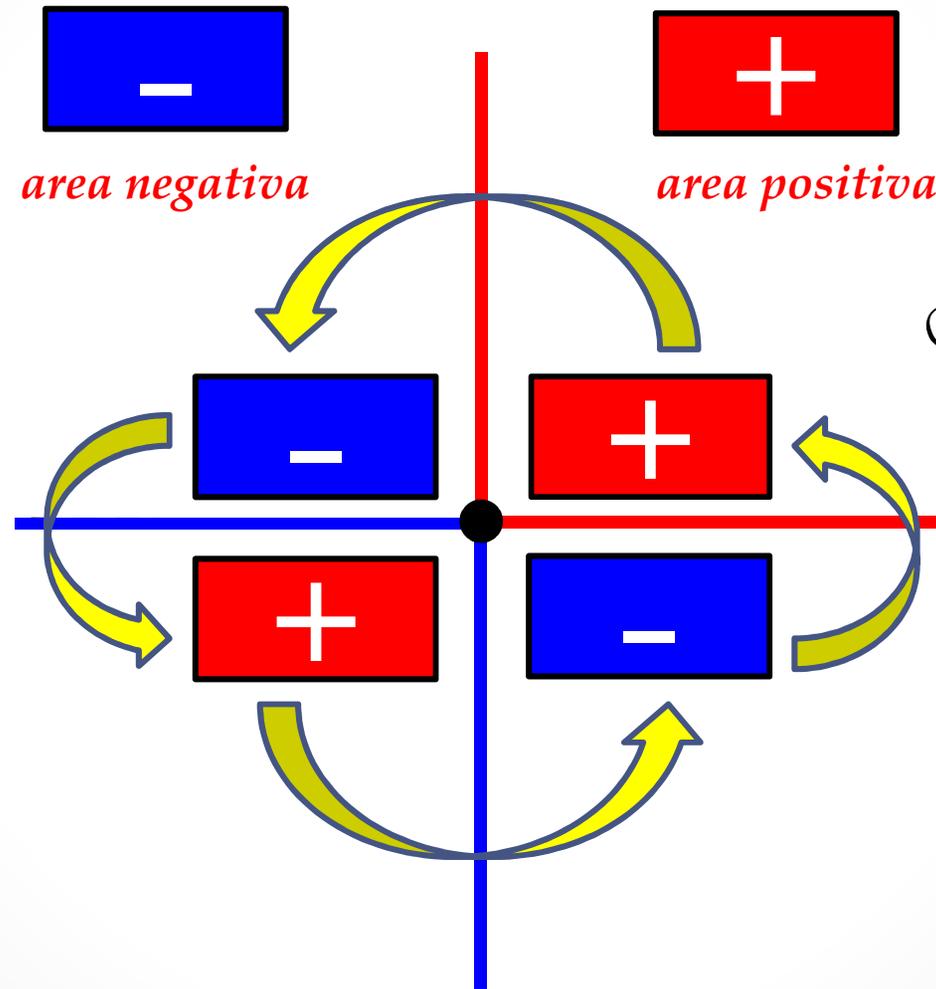
1. La centralità del linguaggio

2. La semantica sopra la sintassi

Recupero dei fatti algebrici
La regola dei segni

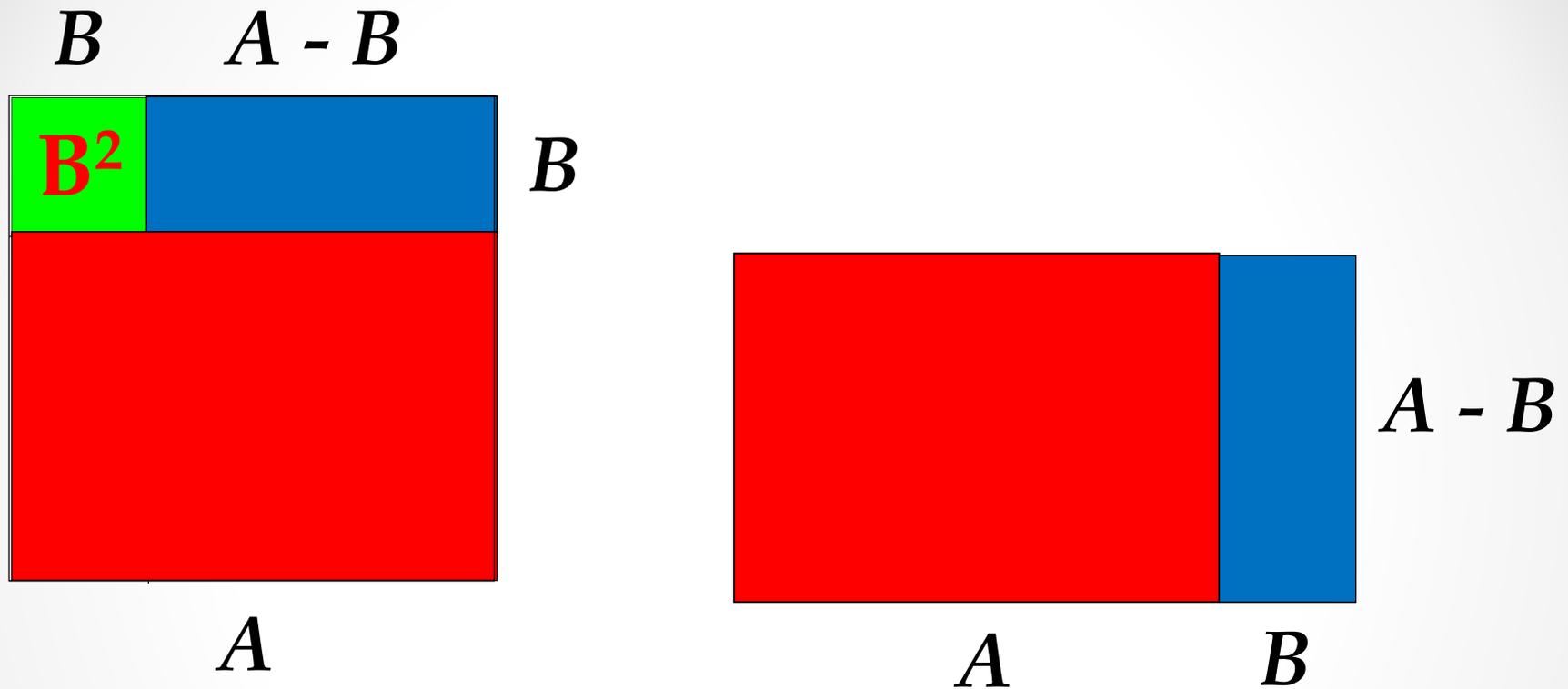
| | | |
|-----|-----|-----|
| x | $+$ | $-$ |
| $+$ | $+$ | $-$ |
| $-$ | $-$ | $+$ |

Un modo ... molto originale per presentarla/negoziarla (Emma Castelnuovo)



Convenzione?
O estensione del contare
«da sinistra verso destra»
e viceversa?

La semantica: «l'interpretazione»



$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$

Un altro problema... di interpretazione

**CHI PENSA
CHE GLI INSEGNANTI DI QUESTA SCUOLA
NON SIANO BRAVI
DOVREBBE VEDERE IL PRESIDE**

E, per dire di matematica

Se – come credo –
la **MATEMATICA**

(dal greco: *manthanein* = imparare)

possa e debba essere considerata
la prima e più importante

"scienza dell'uomo"

cosa certificata, tra gli altri, già da Dante

*" E lo cielo del Sole si può comparare a l'Arismetrica
che del suo lume tutte l'altre stelle s'informano"*

(Dante, *Convivio*, II)

*perché – come recita il suo stesso etimo -
non è una disciplina ma l'imparare*



allora

*la buona didattica della MATEMATICA
soprattutto vista nella sua dimensione longitudinale
storico-antropologica
e centrata sulla*

1. Laborialità

*2. Negoziazione e rinegoziazione sui significati
mediante narrazione*

3. Problematizzazione legittima

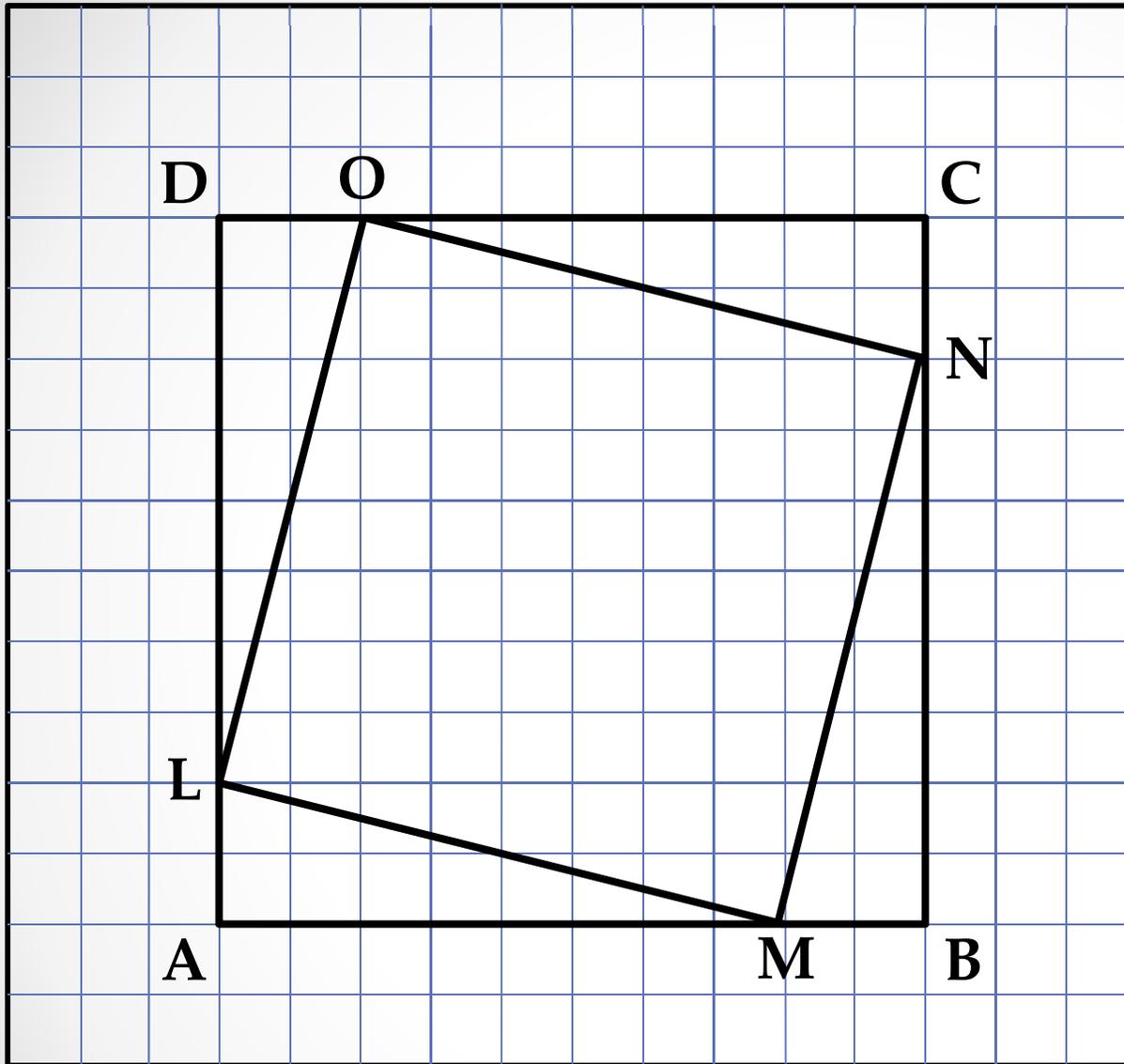
*sia la migliore scelta possibile per i nostri ragazzi,
«la buona didattica per tutti»*

Le crocette 'Invalsi'

Maria e gli spaghetti

*«Se un chilo di spaghetti cuoce in otto minuti,
in quanti minuti cuoce mezzo chilo?»*

«In otto minuti...qual è il problema?»

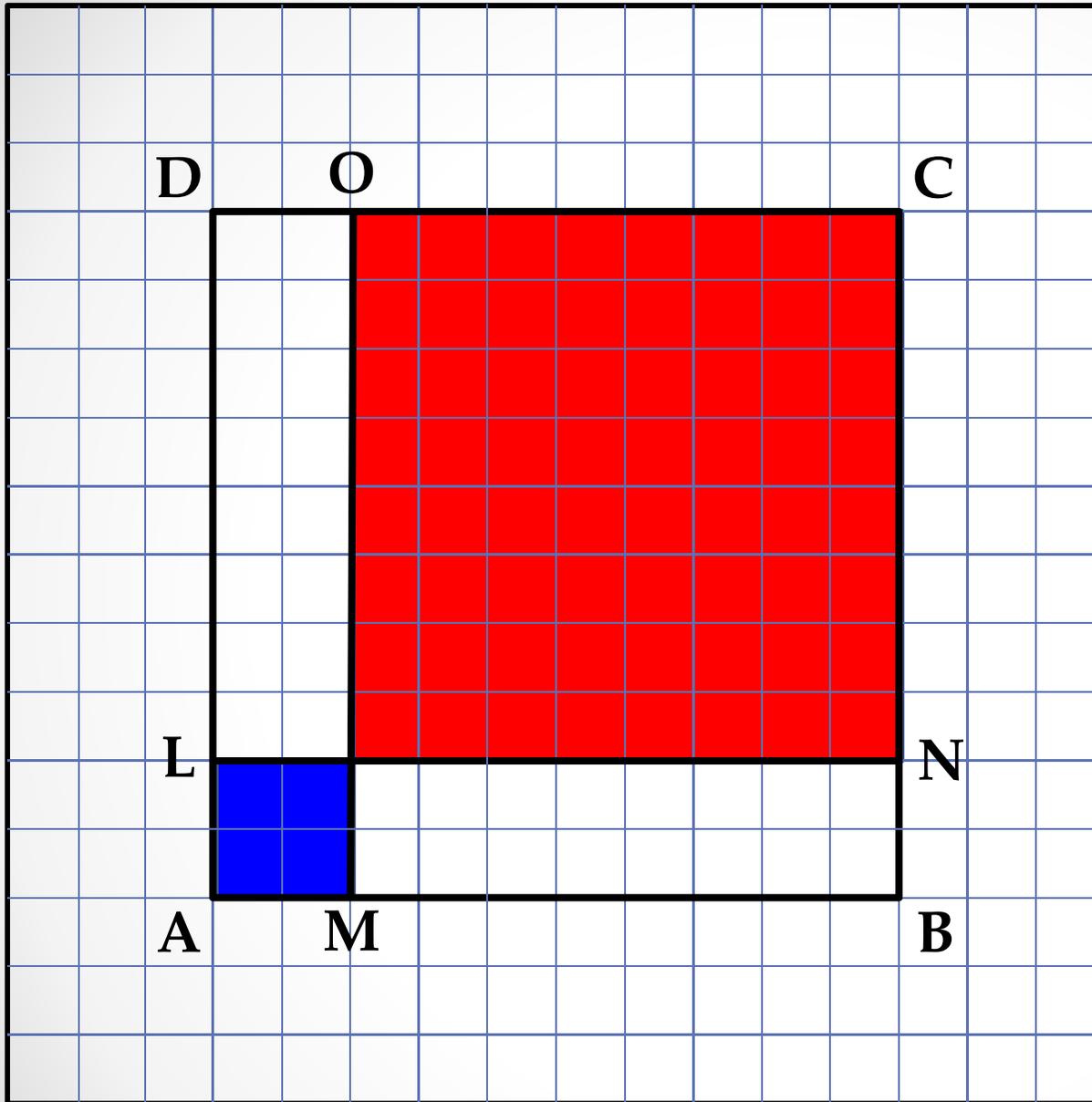


*In un quadrato ABCD
di lato 10 cm
è inscritto un quadrato
LMNO.*

*I segmenti
DO, CN, BM e AL
sono uguali fra loro
e ciascuno di essi
misura 2 cm.*

- Quanto misura
l'area del quadrato
LMNO?*
- Risposta...*

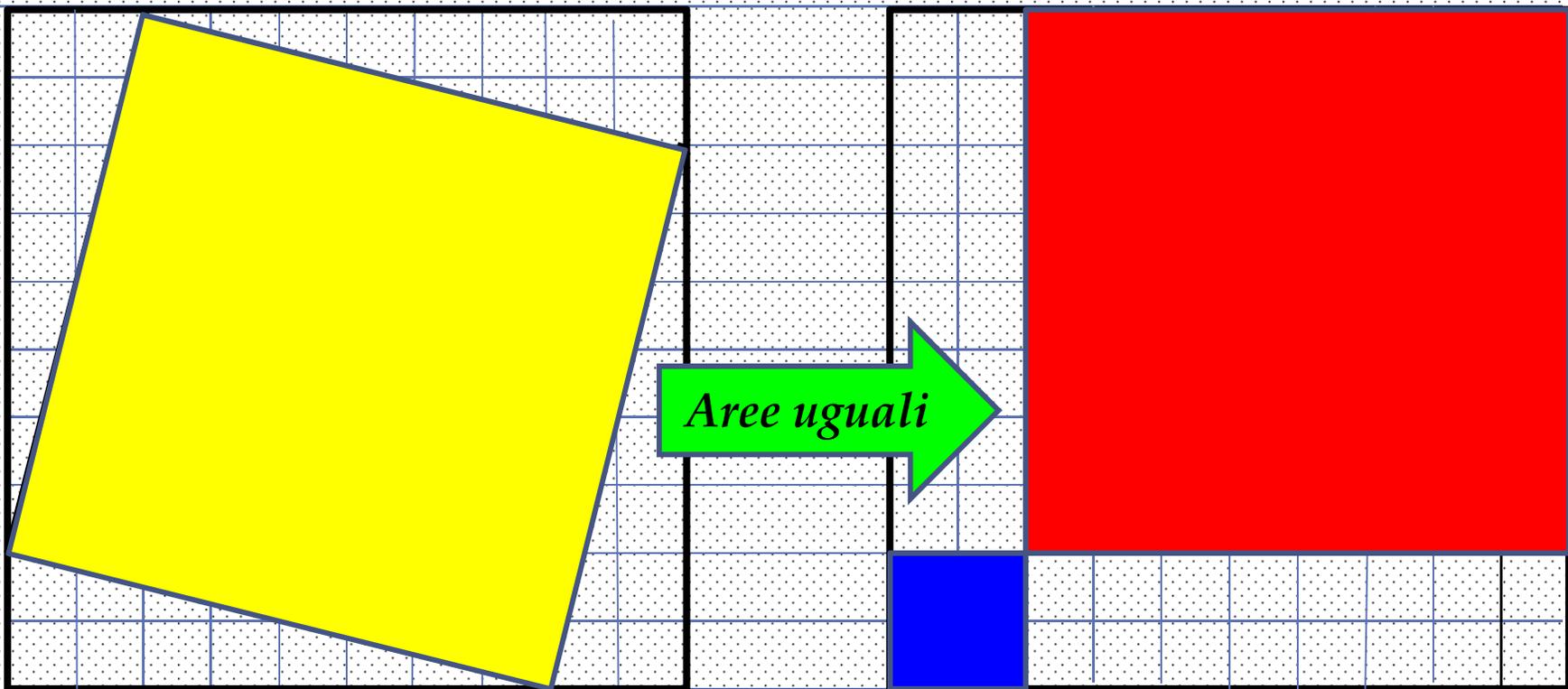
O così... $\longrightarrow ON = \sqrt{2^2 + 8^2} = \sqrt{68}$; Area = 68



*O così:
(senza quei calcoli...)*

*si somma
il n° di quadretti
del quadrato rosso
al n° dei quadretti
del quadrato blu*

PERCHÉ?



RISPOSTA : **DOMANDA: Perché?**
Teorema di Pitagora

*Dunque: cosa serve
per risolvere un problema «legittimo»?*

- *la **comprensione del testo** della situazione-problema, attraverso l'identificazione dei dati e delle informazioni – **aritmetiche e non aritmetiche** - contenuti nel testo, e la loro mutua relazione;*
- *la **rappresentazione dello schema***
- *la **classificazione della struttura del problema**, cioè la sua **categorizzazione***
- *la **pianificazione** delle procedure e delle operazioni (esecuzione di algoritmi)*
- *il **monitoraggio** e la **valutazione** .*

(D. Lucangeli & al.)

Serve tutto questo ma serve anche ricordare che...

“ Non c'è mai un unico modo «giusto»

di affrontare un problema matematico

ed è interessante seguire i diversi percorsi

che menti diverse hanno intrapreso

per giungere alle soluzioni “

(A. Bellos, Il meraviglioso mondo dei numeri)

*Per tutti questi motivi, propongo un'ipotesi
di 'buona didattica':*

IL COSTRUTTO SIMMETRICO



Problemi

Problemi?

1. Individuare una possibile categorizzazione dei problemi assegnati (aritmetico, geometrico, algebrico, topologico, altro...), il grado di difficoltà linguistica del testo (complicato, incomprensibile...) e valutare se essi siano risolvibili o irrisolvibili.

2. Valutarne la loro possibile valenza didattico-educativa, in particolare per ragazzi con DSA/Discalculia e il loro impiego in fase di dia-gnosis.

3. Evidenziare se siano necessari “formule e calcoli” (eventualmente complicati) per risolverli, e indicare se sia possibile o no effettuarli con “strumenti” dispensativi (calcolatrice, fogli elettronici...e/o riga, compasso, tabelle, diagrammi...)

4. Descrivere ed analizzare sinteticamente i “processi” e le “procedure” messi in campo per individuare l’algoritmo o gli algoritmi che risolverebbero i problemi assegnati.

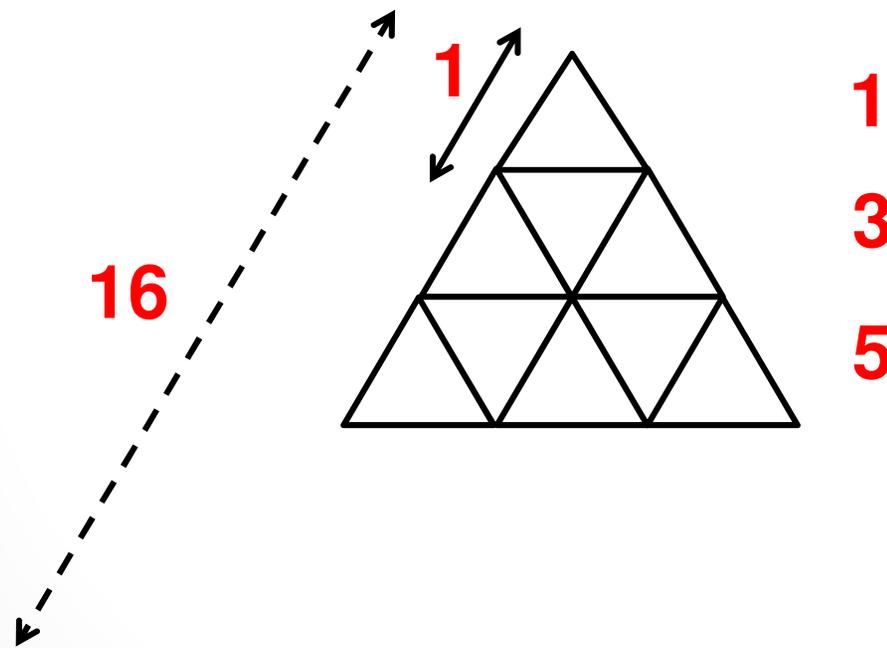
Recupero dei fatti algebrici...!

*In un'aula ci sono 25 alunni.
Durante l'intervallo ne escono 30.
Quanti alunni bisogna far entrare
affinché l'aula sia vuota?*

Il buon uso delle tecnologie

Tutte le tabelline

Giorgio sta giocando con **256** tessere di legno colorato, tutte a forma di **triangolo equilatero** e **aventi le stesse dimensioni**. Ha costruito con tutte le tessere, affiancandole, **un grande triangolo equilatero**; qual è il rapporto tra il lato del triangolo ottenuto e quello di ciascuna tessera ?

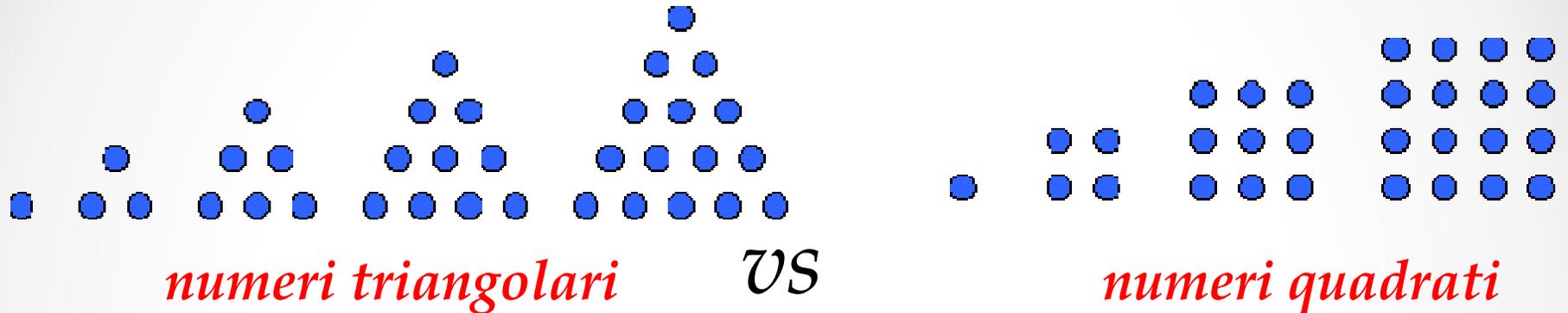


1
3
5

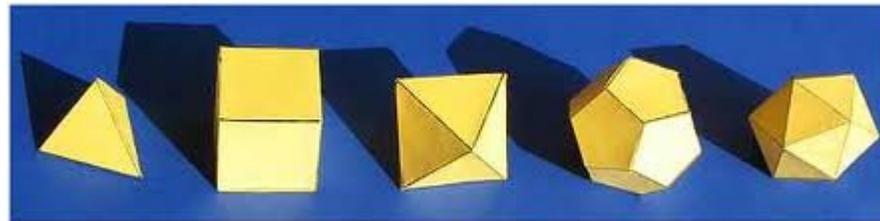
RISPOSTA
16:1

$$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31 = \mathbf{256}$$

«Tutto è numero»- Pitagora

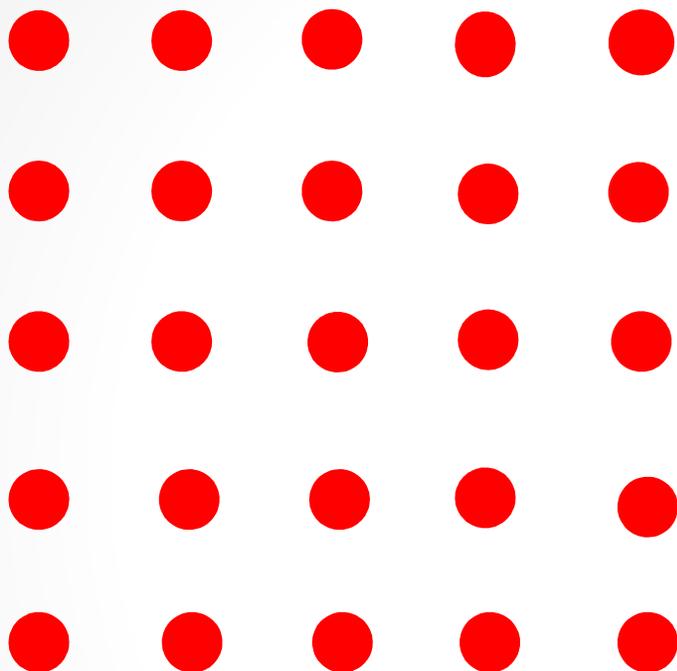


«Dio geometrizza sempre»- Platone



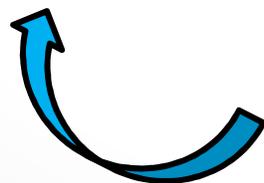
i «suoi» 5 solidi

Quindi, grazie a Pitagora possiamo costruire i «numeri quadrati»...



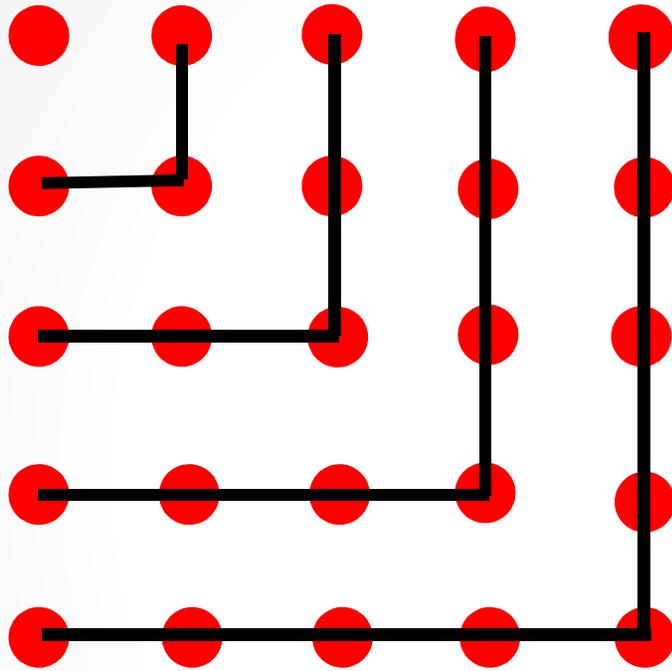
*Il quadrato
del numero «n»
si ottiene
sommando
i primi «n»
numeri dispari*

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$



*Ora contate i gettoni (25)
e poi eseguite...*

Ma di più...



*La cornice che accresce
infinitamente
lasciando inalterata
«la forma»
si chiama **GNOMONE**
Infatti:*

*Lo gnomone è ciò che «aggiunto a qualsiasi entità, numero o figura,
rende il tutto simile all'entità a cui è stato aggiunto»*

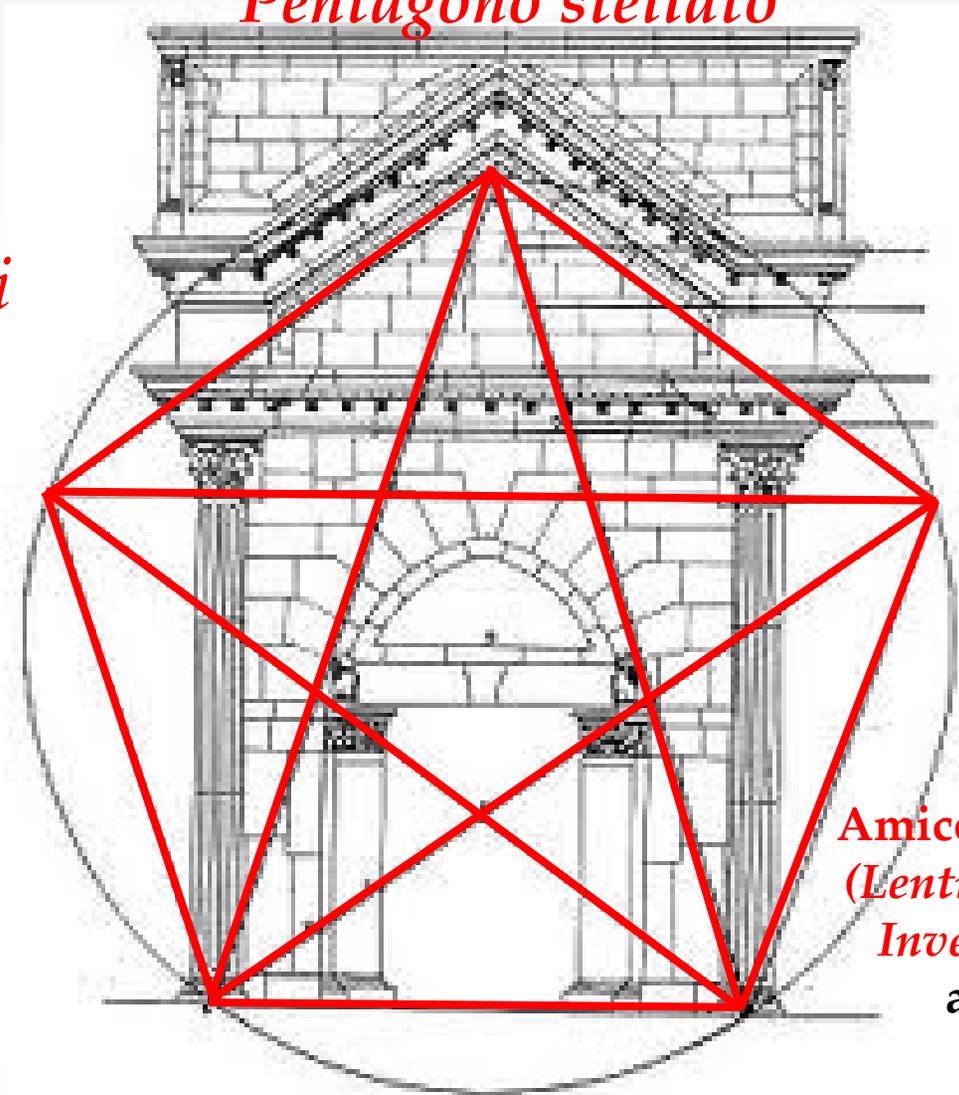
Erone di Alessandria - I° sec. d.C.

(in: P. Zellini, Gnomon, Adelphi, Milano, 1999)



Pentagono stellato

Stupor Mundi



Amor è un desio che ven da core
per abundanza de gran plazimento,
e gli ogli en prima generan l'amor
e lo core li dà nutrigamento.

Ben è alcuna fiata om amatore
senza vedere so 'namoramento,
ma quell'amor che strenze cum furore
da la vista di gli ogli ha nascimento:

ché gli ogli representan a lo core
d'ogni cosa che veden bon' e rio,
cum'è formata naturalmente;

e lo cor, che di zo è concipitore,
imazina, e li plaze quel desio:
e questo amore regna fra la zente.

Puer Apuliae

Amico di Jacopo Da Lentini
(Lentini, 1210 ca. – 1260 ca.)

Inventore del SONETTO

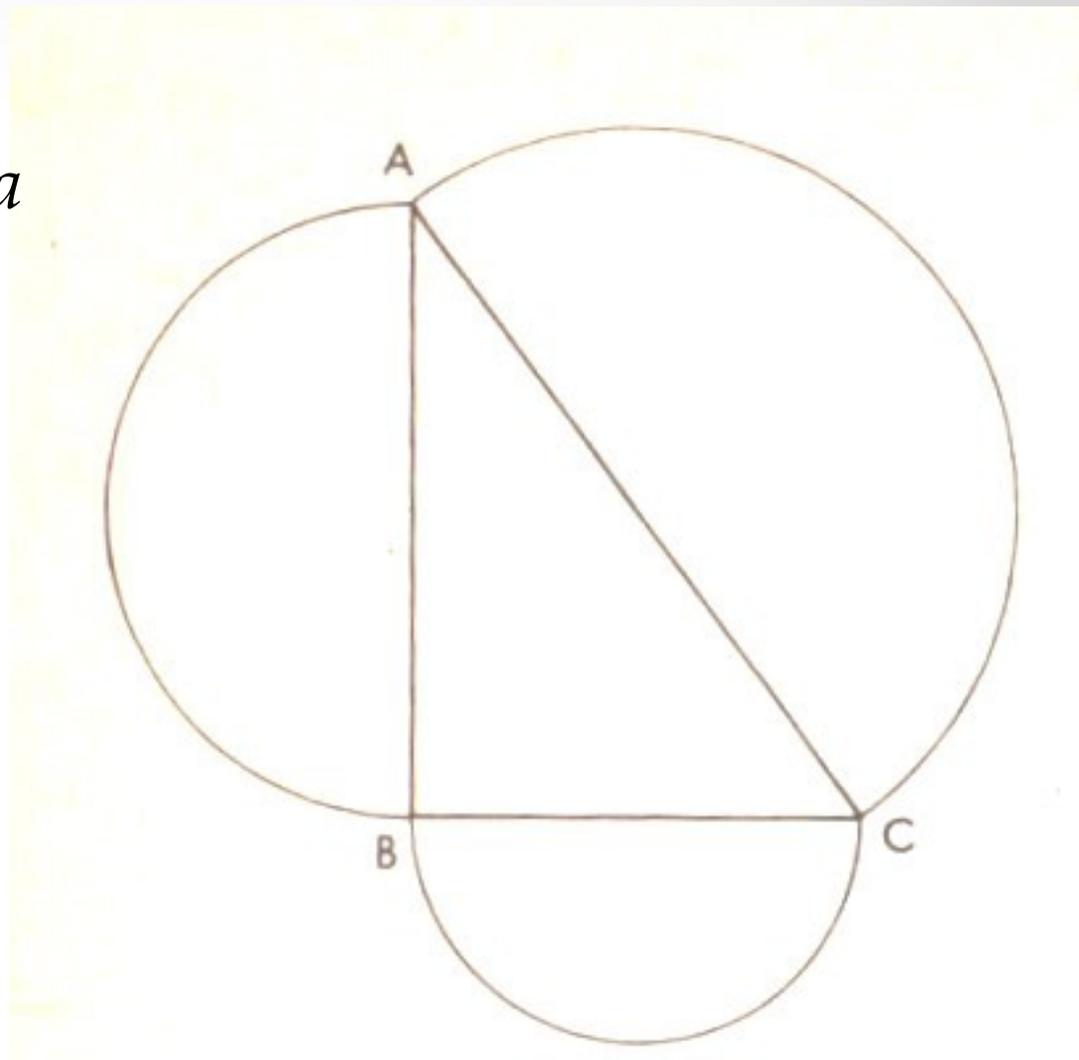
**a eccelsa struttura
matematica**

PORTALE DI CASTEL DEL MONTE

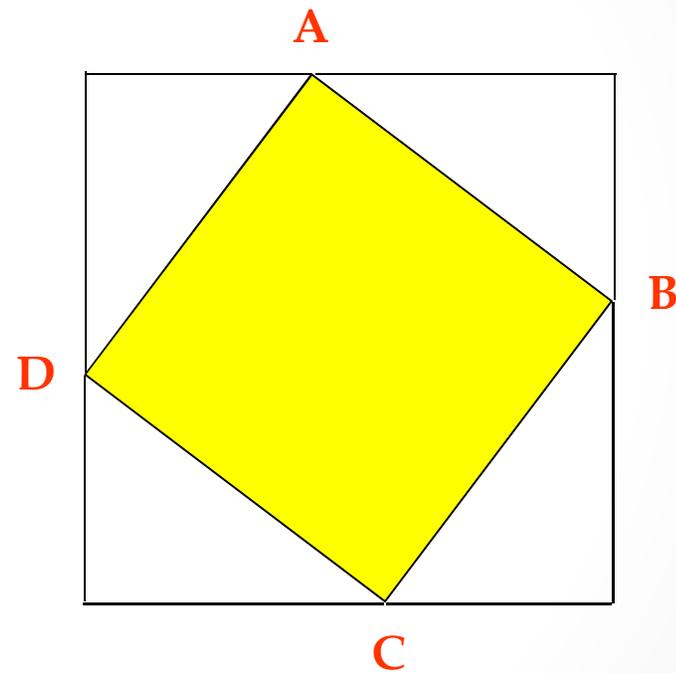
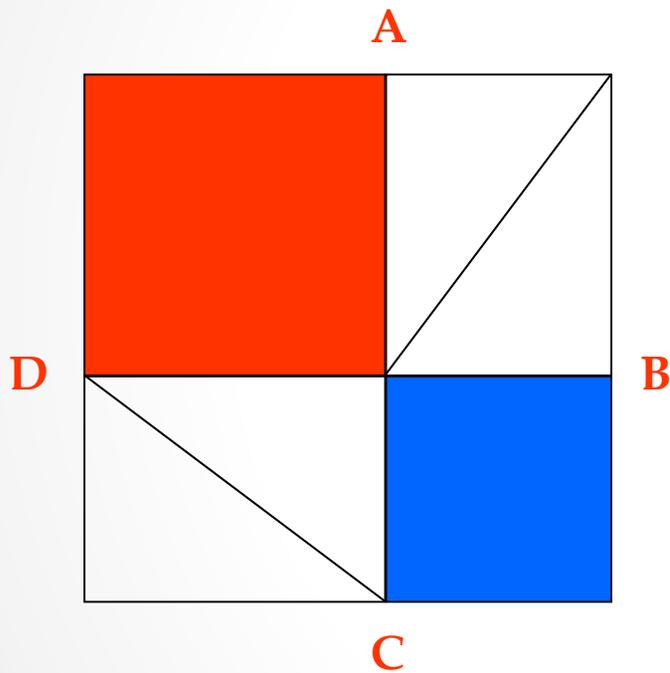
FEDERICO II°

(Jesi, 26 dicembre 1194– Fiorentino di Puglia, 13 dicembre 1250)

*Il triangolo rettangolo ha
i cateti lunghi
cm 6 e cm 8.
Verificare che,
costruite sull'ipotenusa
e sui cateti
le semicirconferenze
aventi per diametro
ciascuno dei lati
del triangolo,
vale ancora
il Teorema di Pitagora.*



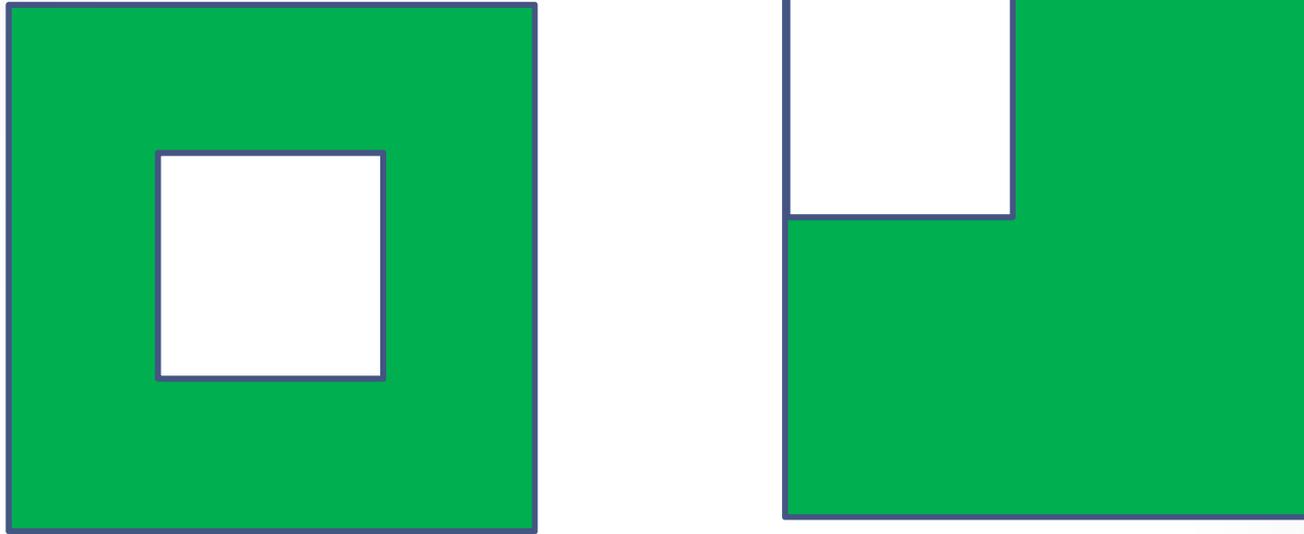
Dimostrazione del Teorema di Pitagora fatta da Pitagora stesso, sulle rive dello Ionio



*Questa che abbiamo appena visto
è una proprietà che si può dimostrare
e comprendere
solo
se si è consolidato un principio...*

illustrato dal disegno seguente e dalla domanda:

dove c'è più erba?



*la risposta è data dal famoso
principio di conservazione
delle quantità discrete*

Conservazione delle quantità discrete



(Francesco Tonucci-Frato)

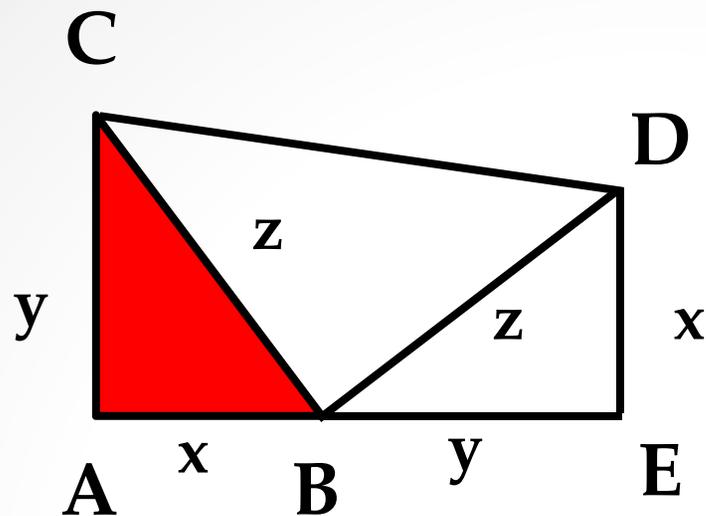
Per curiosità...

dimostrazione del teorema di Pitagora

data da

James Garfield (1831-1881),

XX° Presidente degli Stati Uniti d'America



l'area del trapezio ABDE è

$$\frac{(x+y)(x+y)}{2}$$

ma anche

$$xy + \frac{z^2}{2}$$

Quindi

$$\frac{(x+y)(x+y)}{2} = xy + z^2/2$$

cioè:

$$x^2 + 2xy + y^2 = 2xy + z^2$$

da cui deriva

$$x^2 + y^2 = z^2$$

4 FOGLI DI FORMATO A4

Il foglio da fotocopia standard, il cosiddetto foglio di formato A4, viene realizzato a partire da un foglio molto più grande, di formato A0, che viene successivamente tagliato per realizzare fogli di formato più piccolo. Il foglio di formato A0 ha un'area di 1 m^2 ; tagliandolo a metà perpendicolarmente al lato più lungo si ottengono due fogli di formato A1. Continuando con successivi tagli a metà perpendicolari al lato maggiore si ottengono, successivamente, fogli di formato A2, A3, A4.

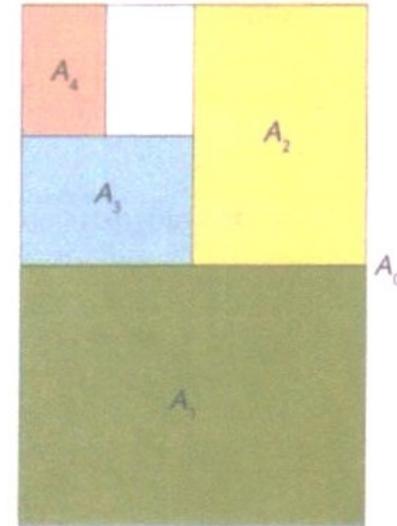
Le dimensioni del foglio di formato A0 sono scelte in modo che a ogni taglio si ottengano due rettangoli simili al precedente.

- a. Affinché un rettangolo, i cui lati misurano a e b , con $a > b$, tagliato a metà perpendicolarmente al lato maggiore, dia origine a due rettangoli simili al rettangolo originario quale deve essere il rapporto $\frac{a}{b}$?



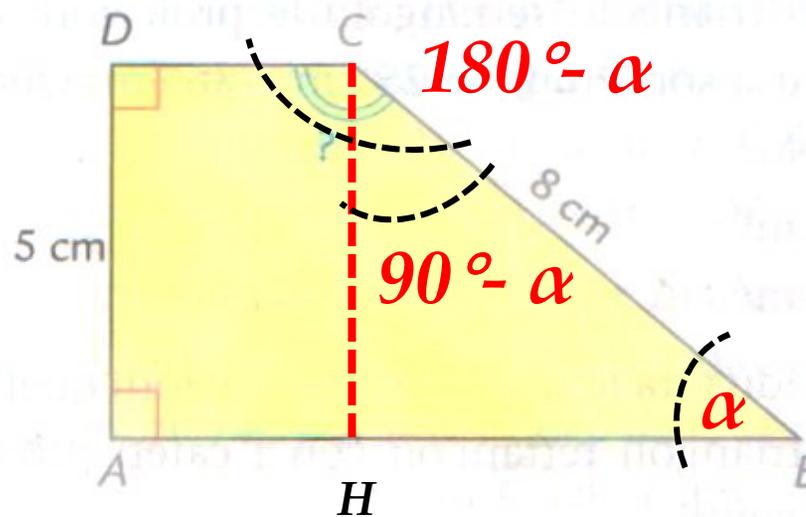
- b. Tenendo conto che l'area del foglio di formato A0 deve essere 1 m^2 e che il rapporto tra le lunghezze dei due lati del foglio deve soddisfare la condizione trovata al punto a, quali devono essere le lunghezze dei lati di un foglio di formato A0? Esprimi i risultati in cm, arrotondandoli a meno di un decimo.

- c. Deduci quali sono le lunghezze dei lati del foglio di formato A4. Esprimi i risultati in cm, arrotondandoli a meno di un decimo.



16 Qual è, approssimativamente, l'ampiezza dell'angolo \hat{C} del trapezio rettangolo $ABCD$ in figura?

excel



- A 131°
- B 141°
- C 151°
- D Le informazioni non sono sufficienti per stabilirlo.

*Relazione tra
«ANGOLO" e "ARCO»
tra Grado e Radiante*

*Ma...perché il grado si chiama
«Grado»?
E perché l'angolo giro misura
360°?*

La divisione, annessi e connessi...

In un laboratorio si devono riempire completamente 7 contenitori da un litro travasando il liquido contenuto in flaconi da 33 cl ciascuno. Il liquido rimanente viene gettato via.

- a. Qual è il numero minimo di flaconi che occorrono per riempire tutti i sette contenitori?

Risposta:

- b. Quanto liquido viene gettato via?

Risposta: cl

I TRE PIRATI

*I pirati Barbabianca, Barbariccia e Barbanera
prima di assaltare la nave
decidono di dividersi in parti uguali
tutto quello che troveranno nella stiva.*

*Vi trovano dunque **21 botti non graduate**, delle quali
7 piene di rum, 7 piene a metà e 7 vuote.*

*In che modo si deve dividere il bottino
perché a ciascuno di loro tocchi
**lo stesso numero di botti
e la stessa quantità di rum?***

*Per risolvere questo problema
occorre fare delle operazioni ?*

SI

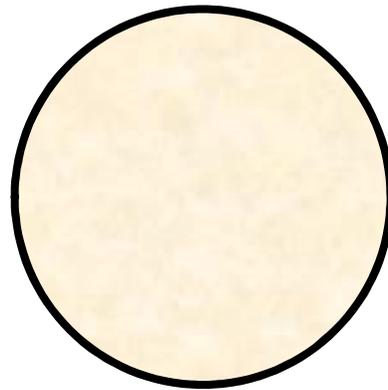
NO

*Dividiamo in parti uguali senza «dividere in parti uguali»
 Indichiamo con **P** le botti piene, con **M** le botti piene a metà
 e con **V** le botti vuote*

| BB | BN | BR |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| P | P | P |
| P | P | P |
| P | M M | M M |
| M | M | M |
| V V | V | V |
| V | V | V |

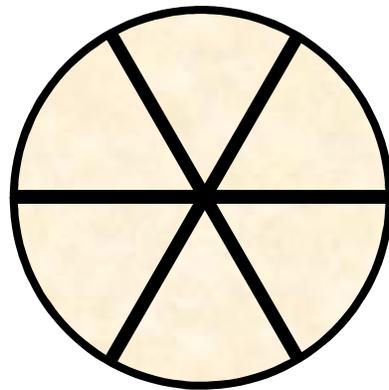
Si veda quest'analogo problema

*Qual è il numero massimo di parti in cui
risulta divisa una torta circolare*

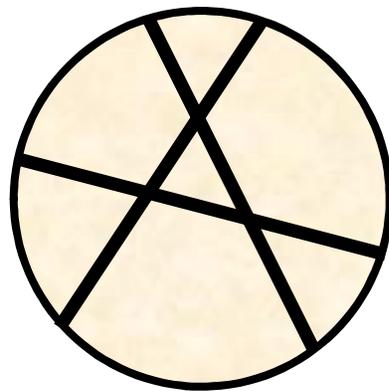


*da tre tagli rettilinei
equivalenti a tre corde?*

soluzione ?



o soluzione ?



del resto....

un sasso lanciato contro un vetro

*lo **in-frange***

in “mille” pezzi

ciascuno dei quali

è – quindi - una “frazione”

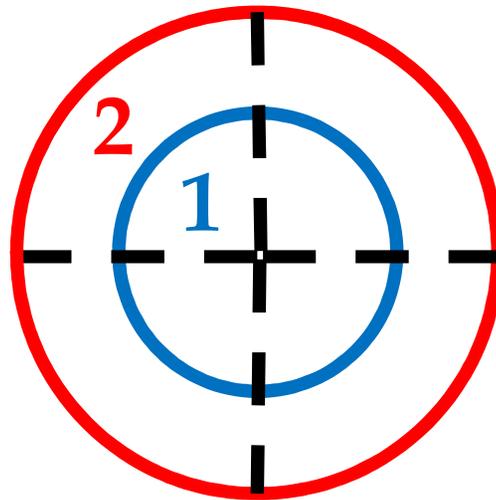
ma con una probabilità quasi nulla

di essere

“uguale ad un'altra”

Negoziare

- *Ampiezza*
di un settore circolare
- *Area di un settore circolare*
 - *Frazioni equivalenti*

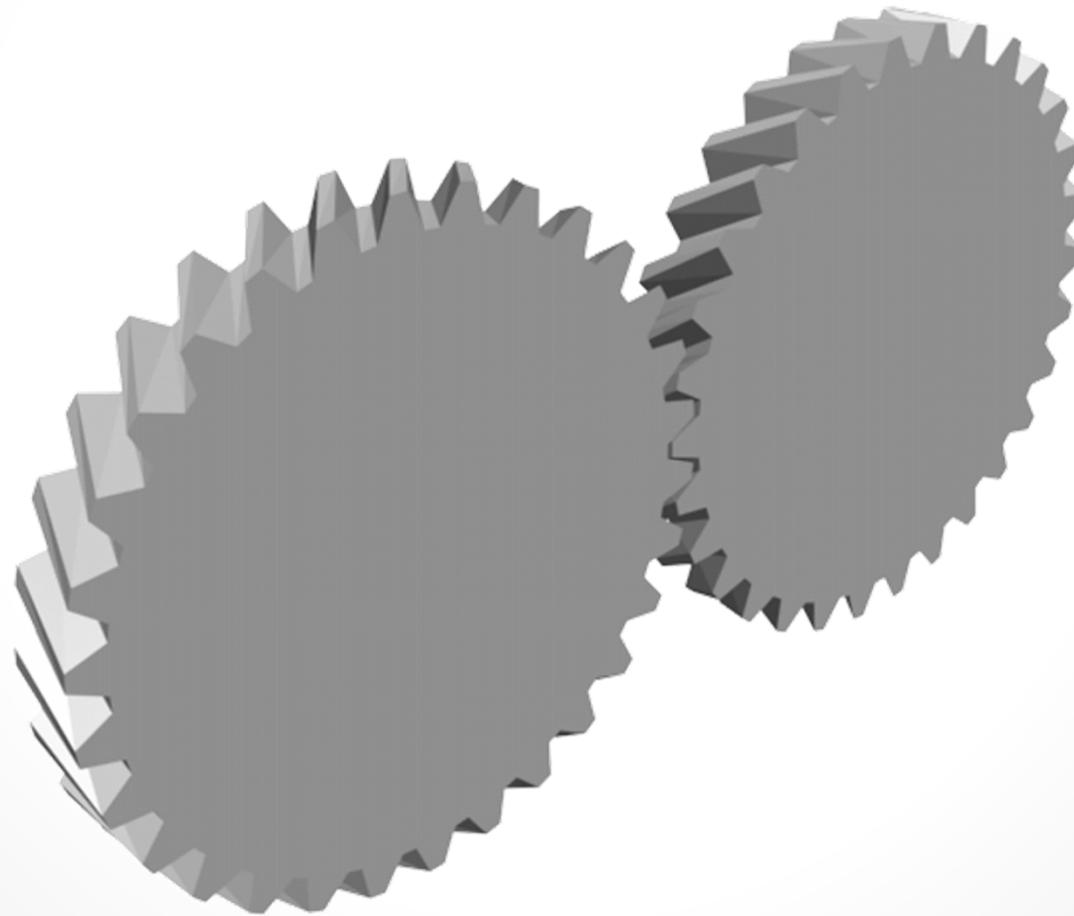


Negoziare

La frazione è...

1. *“Rapporto”*
2. *Operatore*
3. *Numero*
4. *Numero di numero*

La frazione come rapporto



Negoziare ...

*Il rapporto aritmetico è strettamente legato
a quello ciclistico.*

*I giri per pedalata sono esattamente
il rapporto (aritmetico)*

*tra le dimensioni degli ingranaggi anteriore e posteriore,
rispettivamente collegati a pedale e ruota.*

*Solitamente nei cambi a **VENTUNO** velocità
sono disposti così:*

INGRANAGGI ANTERIORI:

48, 38, 28 denti

INGRANAGGI POSTERIORI:

33, 28, 24, 21, 18, 16, 14 denti

Ma...

1. È proprio vero che i rapporti sono effettivamente 21...?

2. Se non lo fossero, come faremmo per ottenerne davvero 21?

1. Dopo aver «costruito un oggetto/mediatore» per rispondere alla prima domanda

2. rispondete alla seconda domanda

1. Risposta - La tabella dei rapporti

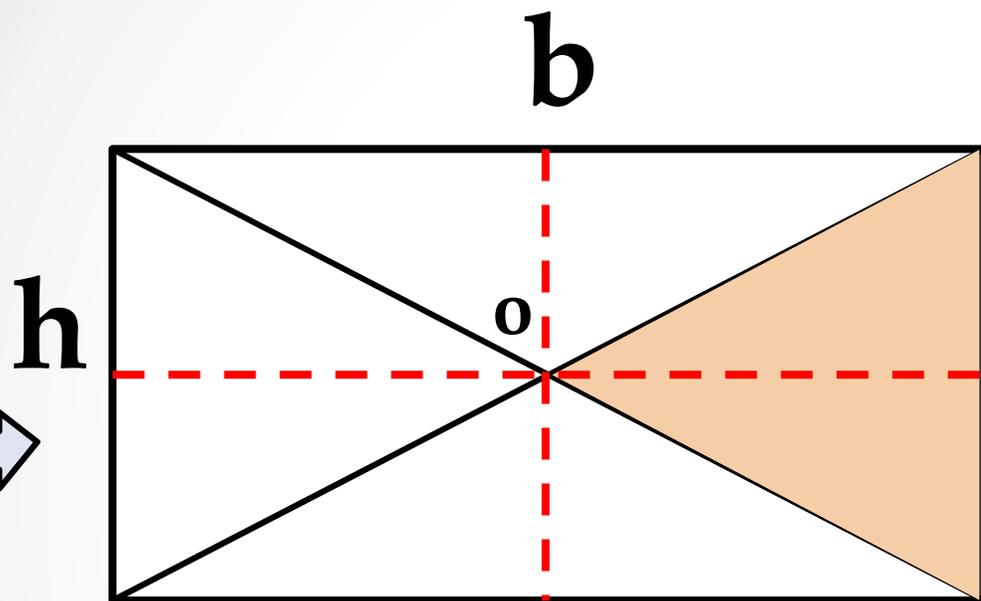
| | | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $\frac{48}{33}$ | $\frac{48}{28}$ | $\frac{48}{24}$ | $\frac{48}{21}$ | $\frac{48}{18}$ | $\frac{48}{16}$ | $\frac{48}{14}$ |
| $\frac{38}{33}$ | $\frac{38}{28}$ | $\frac{38}{24}$ | $\frac{38}{21}$ | $\frac{38}{18}$ | $\frac{38}{16}$ | $\frac{38}{14}$ |
| $\frac{28}{33}$ | $\frac{28}{28}$ | $\frac{28}{24}$ | $\frac{28}{21}$ | $\frac{28}{18}$ | $\frac{28}{16}$ | $\frac{28}{14}$ |

2. Risposta

*Basta che il numero dei denti
della ruota anteriore e di quella
posteriore*

*siano **NUMERI PRIMI**
e non vi siano – ovviamente!-
ruote anteriori e posteriori
uguali tra loro...*

In figura è rappresentato il rettangolo ABCD con le sue diagonali. Se conosci l'area del rettangolo, puoi calcolare l'area del triangolo colorato?



CALCOLO

$$\frac{1}{2} h \frac{b}{2} = \frac{b h}{4}$$

$$\frac{1}{2} b \frac{h}{2} = \frac{b h}{4}$$

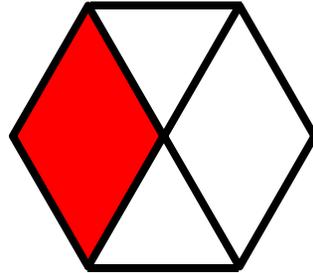
QUINDI: **Atg** = $\frac{Ar}{4}$

- A. No, perché i quattro triangoli di vertice O non sono tutti uguali fra loro
- B. No, perché non conosco le dimensioni del rettangolo
- C. Sì, perché i quattro triangoli di vertice O sono equivalenti
- D. Sì, perché i quattro triangoli di vertice O sono isosceli

**La risposta diventa ...facile !!!
con quest'accorgimento**

**DOMANDA E6
TEST INVALSI MATEMATICA TERZA MEDIA
A.S. 2011-2012**

Giovanni osserva il disegno di questo esagono regolare

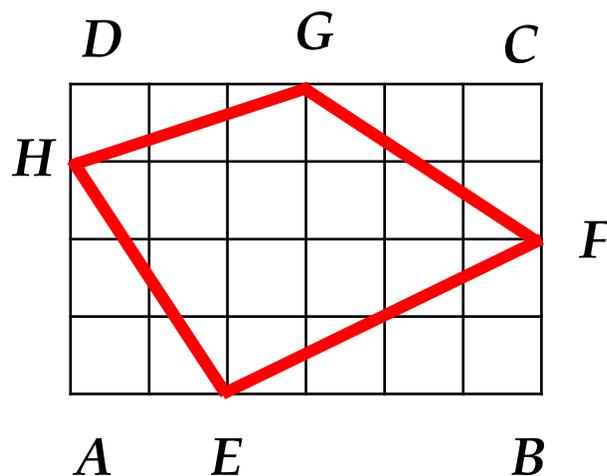


*e dice: “Il perimetro della parte colorata in rosso si può trovare usando la misura del lato dell’esagono.”
Giovanni ha ragione? Scegli una delle due risposte e completa la frase.*

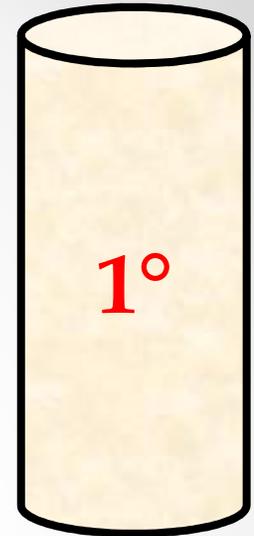
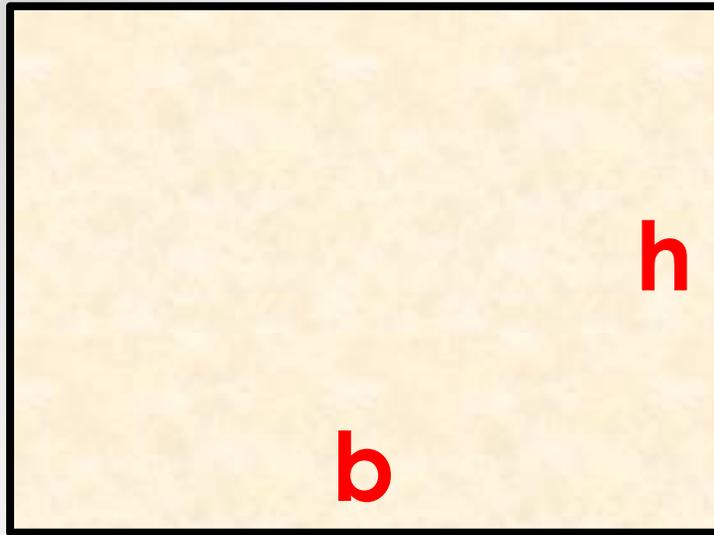
Sì, perché

No, perché

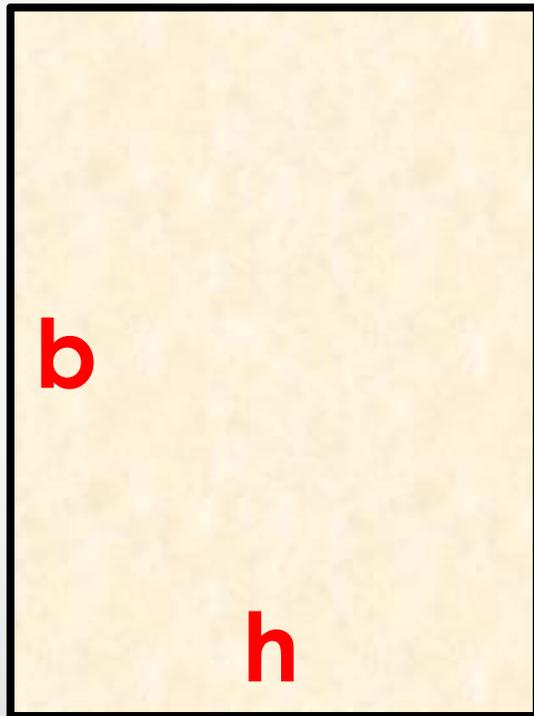
*In figura è rappresentato il quadrilatero EFGH i cui vertici sono sui lati del rettangolo ABCD.
Le dimensioni del rettangolo sono 4 m e 6 m.
Quanto misura l'area del quadrilatero EFGH?*



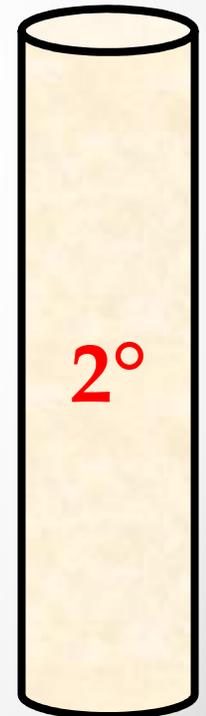
Galilei – Castelnuovo, 1963



**RUOTIAMO
IL FOGLIO**



**DOMANDA:
I DUE
CILINDRI
HANNO
LO STESSO
VOLUME?**



CONFRONTO/VERIFICA

1° CILINDRO

$$2\pi r = b$$

$$r = \frac{b}{2\pi}$$

$$V = \frac{b^2 h}{4\pi}$$

*I volumi
dei due cilindri
sono diversi
tra loro!*

*Si può "dimostrare"
senza dover effettuare
calcoli?
ne siamo "capaci"?*

2° CILINDRO

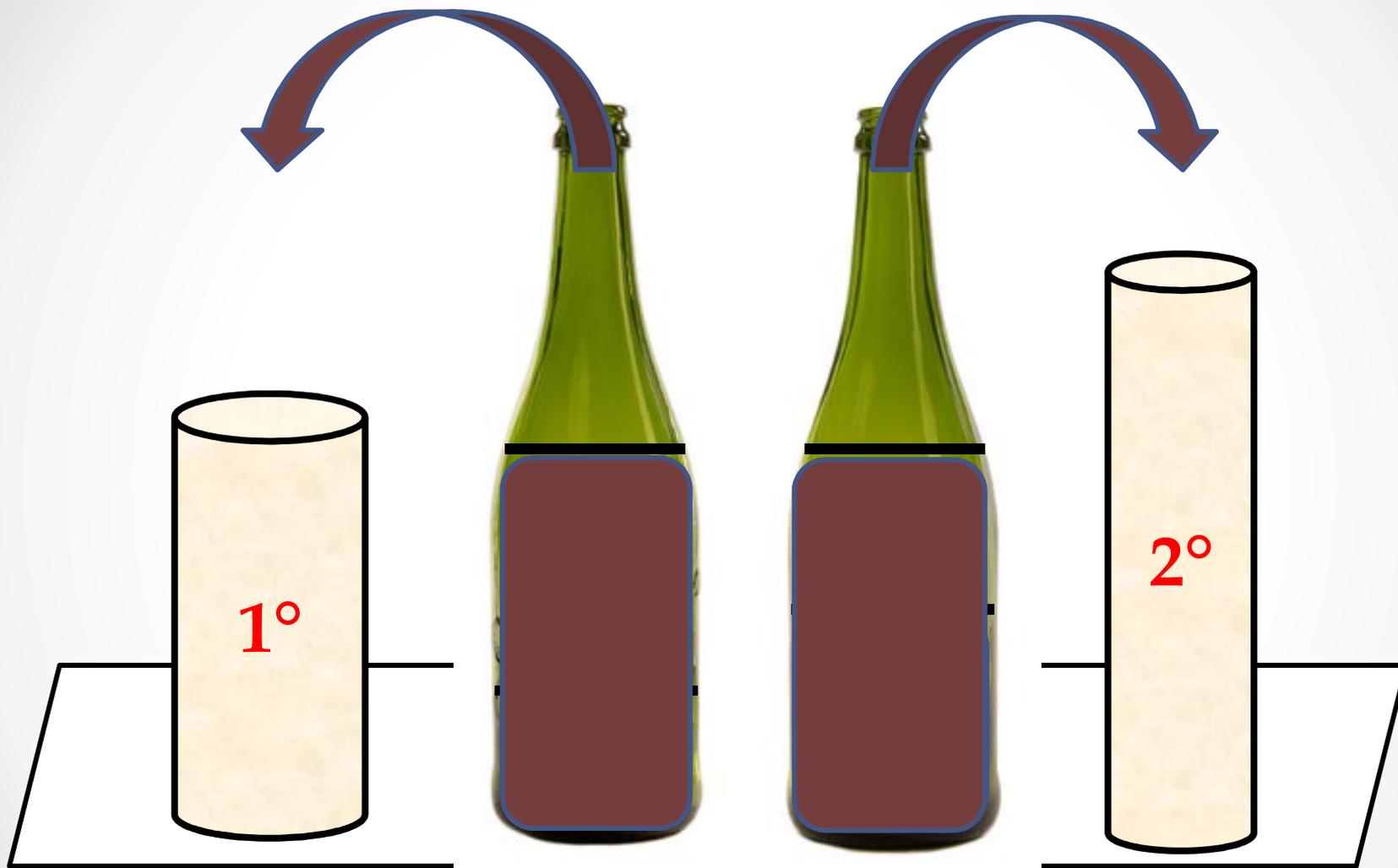
$$2\pi r = h$$

$$r = \frac{h}{2\pi}$$

$$V = \frac{h^2 b}{4\pi}$$

O IL CALCOLO LO EFFETTUA IL...CALCOLATORE...

| b | h | b² | h² | b² x h | h² x b |
|-----------|-----------|----------------------|----------------------|--------------------------|--------------------------|
| 5 | 5 | 25 | 25 | 125 | 125 |
| 7 | 6 | 49 | 36 | 294 | 252 |
| 9 | 7 | 81 | 49 | 567 | 441 |
| 11 | 8 | 121 | 64 | 968 | 704 |
| 13 | 9 | 169 | 81 | 1521 | 1053 |
| 15 | 10 | 225 | 100 | 2250 | 1500 |
| 17 | 11 | 289 | 121 | 3179 | 2057 |
| 19 | 12 | 361 | 144 | 4332 | 2736 |
| 21 | 13 | 441 | 169 | 5733 | 3549 |
| 23 | 14 | 529 | 196 | 7406 | 4508 |
| 25 | 15 | 625 | 225 | 9375 | 5625 |
| 27 | 16 | 729 | 256 | 11664 | 6912 |
| 29 | 17 | 841 | 289 | 14297 | 8381 |
| 31 | 18 | 961 | 324 | 17298 | 10044 |
| 33 | 19 | 1089 | 361 | 20691 | 11913 |
| 35 | 20 | 1225 | 400 | 24500 | 14000 |
| 37 | 21 | 1369 | 441 | 28749 | 16317 |



O IL CALCOLO LO FACCIAMO NOI...BAMBINI